Prof. Dr. M. Rapoport, E. Mierendorff Proseminar, WS 2003/04

Darstellungstheorie endlicher Gruppen

1. **Gruppen:** Definition, Beispiele: abelsche Gruppen, S_n, A_n, Diedergruppen, $Gl_n(\mathbb{F}_q)$, Morphismen, Gruppenoperationen, Untergruppen, Nebenklassen, Normalteiler.
2. **Darstellungen, Reduzibilität:** Definition einer Darstellung, Matrizenform, Isomorphie, elementare Beispiele: triviale Darstellung, Charaktere, reguläre Darstellung, Permutationsdarst., evtl. weitere Beispiele, Unterdarst., Komplemente, irreduzible Darst., (nicht eindeutige) Zerlegbarkeit in irred. Darst. [S], 1.1-4
3. **Konstruktionen neuer Darstellungen, Charaktere:** Summe, Tensorprodukt, symmetrisches und alternierendes Produkt von Darstellungen, Definition von Charakteren, Eigenschaften, Verhalten für $\oplus, \otimes, ...$ [S], 1.5-2.1
4. **Charaktere II:** Schurs Lemma, elementare Anwendungen, Orthogonalitätsrelationen und Folgerungen, Zerlegung der regulären Darstellung. [S], 2.2-4
5. **Charaktere III:** Anzahl der irreduziblen Darstellungen, Beispiel: S_3, kanonische und explizite Zerlegung. [S], 2.5-7
6. **Untergruppen, Produkte, induzierte Darstellungen:** abelsche Untergruppen, Darstellungen von $G_1 \times G_2$, Definition von induzierten Darstellungen, Beispiele, Existenz und Eindeutigkeit, Charakter. [S], 3
7. **Beispiele:** zyklische Gruppen, Diedergruppen, A_4, S_4. [S], 5
8. **Die Gruppenalgebra:** $\mathbb{C}[G]$ (evtl. auch $K[G]$), Zerlegung von $\mathbb{C}[G]$, Zentrum, Eigenschaften ganzer algebraischer Zahlen, Ganzheit von Charakteren, Anwendungen. [S] 6.2-5
9. **Darstellungen von S_n:** Beschreibung der irreduziblen Darstellungen, Young-Tableaus, Beispiel: $n = 4$, Ganzzahligkeit der Charaktere. [FH], 4.1-2, evtl. [NS], II, §3
10. **Mackeys Irreduzibilitätskriterium für induzierte Darstellungen:** Induktion, Charakter der induzierten Darstellung, Frobenius-Reziprozität, Mackeys Irreduzibilitätskriterium. [S], 7
11. **Beispiele für induzierte Darstellungen:** Normale Untergruppen und Anwendung auf den Grad irreduzibler Darstellungen, semidirekte Produkte, auflösbare Gruppen, Darstellungen von p-Gruppen. [S], 8
12. **Burnsides Satz über die Auflösbarkeit von Gruppen der Ordnung $p^a q^b$.** [D], §6
13. **Satz von Artin:** $R(G)$, Satz von Artin mit zwei Beweisen. [S], 9
14. **Satz von Brauer:** p-reguläre Elemente, p-elementare Untergruppen, Satz von Brauer. [S], 10

Literatur

[S] J.-P. Serre, Linear Representations of Finite Groups

[D] L. Dornhoff, Group representation theory, Part A

[FH] W. Fulton, J. Harris, Representation Theory

[NS] M. A. Naimark, A. I. Stern, Theory of group representations