Dr. E. Viehmann WS 2009/10

Algebra II – Kommutative Algebra

4. Übungsblatt

Aufgabe 1:
Sei A ein Ring und $\mathfrak{p} \in \operatorname{Spec}(A)$ ein Primideal. Zeigen Sie, daß das Bild von $\operatorname{Spec}(A_\mathfrak{p})$ unter der kanonischen Abbildung nach $\operatorname{Spec}(A)$ der Schnitt aller offenen Umgebungen von $\mathfrak{p} \in \operatorname{Spec}(A)$ ist.

Aufgabe 2:
Sei A ein Ring und seien S, T zwei multiplikative Teilmengen von A. Sei $\widetilde{T}$ das Bild von T in $S^{-1}A$. Sei ST die von S, T erzeugte multiplikative Teilmenge. Zeigen Sie, daß $(ST)^{-1}A \cong \widetilde{T}^{-1}(S^{-1}A)$.

Aufgabe 3:
Sei A ein Ring und $\mathfrak{p} \subseteq A$ ein Primideal. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $\mathfrak{p}^{(n)} = \mathfrak{p}^n A_\mathfrak{p} \cap A$.

1. $\mathfrak{p}^{(n)}$ ist ein Primärideal mit Radikal $\mathfrak{p}$.
2. $\mathfrak{p}^n$ ist genau dann primär wenn $\mathfrak{p}^n = \mathfrak{p}^{(n)}$.

Aufgabe 4:
Sei A ein noetherscher Ring und $x \in A$ weder eine Einheit noch ein Nullteiler. Zeigen Sie, daß $\operatorname{Ass}_A(A/xA) = \operatorname{Ass}_A(A/x^nA)$ für jedes $n \geq 1$.

Abgabe: Donnerstag, 12. November 2009.

Homepage:
http://www.math.uni-bonn.de/people/viehmann/kommalg/